LERN-ONLINE.NET

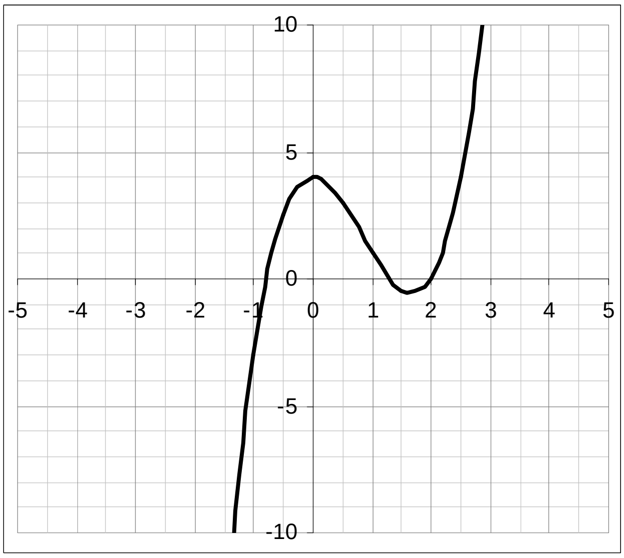
AUFGABENBLATT
MATHEMATIK

THEMA:
DIFFERENZIALRECHNUNG

Vorgeschlagene Arbeitszeit:	30 Minuten
Sonstige Hinweise:	-
Hilfsmittel:	Taschenrechner, nicht Programmierbar, nicht grafikfähig

Hinweis: Die Lösungen finden sich nach den Aufgabenstellungen. Am Ende des Dokuments befinden sich die Bewertungskriterien.

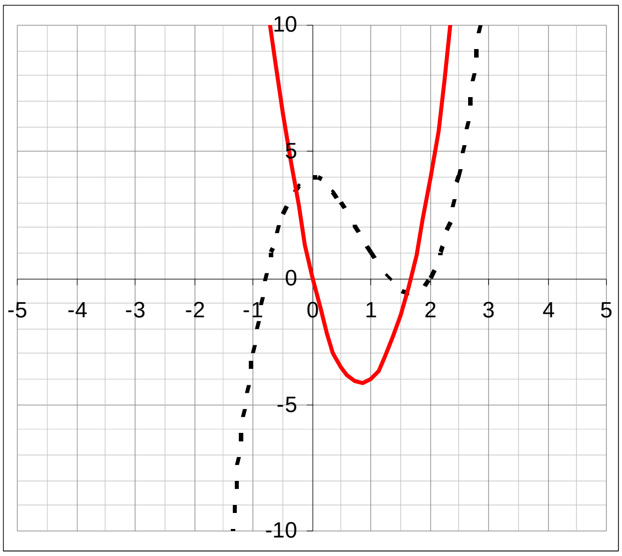
Aufgaben

Aufg.	Aufgabenstellung	Punkte
1.	Berechnen Sie mit Hilfe des Differenzialquotienten die Ableitungen der Funktion $f(x)=x^2$ an den Stellen a) $x_1=-3$ b) $x_2=4$ c) $x_3=12$!	9
2.	Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$. Ermitteln Sie unter Zuhilfenahme der Ihnen bekannten Regeln die Ableitungsfunktion.	4
3.	Gegeben sei der Graph der Funktion f:  Zeichnen sie (skizziert!) einen möglichen Verlauf der Ableitungsfunktion in das Koordinatensystem ein.	5
4.	Beweisen Sie mit dem Differenzialquotienten die Gültigkeit der Faktorregel!	7
5.	Berechnen Sie an den gegebenen Stellen die Ableitung der gegebenen Funktion mit Hilfe der Ableitungsregeln: a) $f(x) = x^2$; $x_0=2$ b) $f(x) = \frac{1}{3}x^3$; $x_0=4$ c) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$; $x_0=9$ d) $f(x) = 2 \cdot x^2 + 5 \cdot x + \sqrt{53}$; $x_0=4$ e) $f(x) = \frac{1}{4}x^9$; $x_0=2$	10
6.	Ermitteln Sie die Ableitungsfunktion folgender Ausgangsfunktionen. Die Methode bleibt Ihnen überlassen. a) $f(x) = \sqrt{x}$ b) $f(x) = \frac{1}{7}\sqrt[3]{x^2}$ c) $f(x) = \frac{1}{x}$ d) $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x^3}$	8
7.	Ermitteln Sie eine mögliche Ausgangsfunktion: a) $f'(x) = 7 \cdot x^6$	9

	b) $f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$ c) $f'(x) = 4 \cdot x^4 + 2 \cdot x^5 + 7$	

Lösungen

Aufg.	Lösung(svorschlag)	Punkte
1.	Aufgabenteil a) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{(-3+h)^2 - (-3)^2}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{9 - 6 \cdot h + h^2 - 9}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{-6 \cdot h + h^2}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{h \cdot (h-6)}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} h - 6$ $\Leftrightarrow f'(x) = -6$ Aufgabenteil b) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{(4+h)^2 - (4)^2}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{16 + 8 \cdot h + h^2 - 16}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{8 \cdot h + h^2}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{h \cdot (h+8)}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} h + 8$ $\Leftrightarrow f'(x) = 8$ Aufgabenteil c) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{(12+h)^2 - (12)^2}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{144 + 24 \cdot h + h^2 - 144}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{24 \cdot h + h^2}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{h \cdot (h+24)}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} h + 24$ $\Leftrightarrow f'(x) = 24$	1 1 1 1 1 1 1 1 1
2.	$f(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x^{-\frac{1}{2}-1}$ $\Leftrightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x^3}}$	2 2
3.	Die rote Funktion ist die Ableitungsfunktion. Folgende Stellen müssen eindeutig sein: a) Sinkender Anfang b) 1. Nullstelle, wo die Ausgangsfunktion wendet c) Tiefstpunkt (etwa!) d) 2. Nullstelle, wo die Ausgangsfunktion wieder wendet	 1 1 1 1

	e) Steigendes Ende  	1
4.	$f(x) = k \cdot g(x)$ $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{k \cdot g(x_0 + h) - k \cdot g(x_0)}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} k \cdot \lim\limits_{h \to 0} \frac{g(x_0 + h) - g(x_0)}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = k \cdot \lim\limits_{h \to 0} \frac{g(x_0 + h) - g(x_0)}{h}$ $\Leftrightarrow f'(x) = k \cdot g'(x)$	1 2 1 3
5.	a) $f'(x) = 2 \cdot x \Leftrightarrow f'(2) = 4$ b) $f'(x) = x^2 \Leftrightarrow f'(4) = 16$ c) $f'(x) = \frac{-3}{2 \cdot \sqrt{x^3}} \Leftrightarrow f'(9) = -0{,}0\overline{5}$ d) $f'(x) = 4 \cdot x + 5 \Leftrightarrow f'(4) = 21$ e) $f'(x) = \frac{9}{4} \cdot x^8 \Leftrightarrow f'(2) = 576$	2 2 2 2 2
6.	a) $f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$ b) $f'(x) = \frac{2}{21 \cdot \sqrt[3]{x}}$ c) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ d) $f'(x) = 3 \cdot \sqrt{x}$	2 2 2 2
7.	a) $f(x) = x^7$ b) $f(x) = \sqrt{x}$ c) $f(x) = \frac{4}{5} \cdot x^5 + \frac{1}{3} \cdot x^6 + 7 \cdot x$	3 3 3

Bewertungskriterien

Richtige Lösungen [%]	Erreichte Punktzahl	Notenpunkte	Note
100 – 95	52 – 49	15	Sehr gut plus (1^{+})
95 – 90	48,5 – 47	14	Sehr gut (1)
90 – 85	46,5 – 44	13	Sehr gut minus (1^{-})
85 – 80	43,5 – 42	12	Gut plus (2^{+})
80 – 75	41,5 – 39	11	Gut (2)
75 – 70	38,5 – 36	10	Gut minus (2^{-})
70 – 65	35,5 – 34	9	Befriedigend plus (3^{+})
65 – 60	33,5 – 31	8	Befriedigend (3)
60 – 55	30,5 – 29	7	Befriedigend minus (3^{-})
55 – 50	28,5 – 26	6	Ausreichend plus (4^{+})
50 – 45	25,5 – 23	5	Ausreichend (4)
45 – 40	22,5 – 21	4	Ausreichend minus (4^{-})
40 – 33	20,5 – 17	3	Mangelhaft plus (5^{+})
33 – 27	16,5 – 14	2	Mangelhaft (5)
27 – 20	13,5 – 10	1	Mangelhaft minus (5^{-})
20 – 0	9,5 – 0	0	Ungenügend (6)

Hellgrüner Bereich:
Ein tolles Ergebnis! Weiter so!!!

Grüner Bereich:
Keineswegs zu verachten! Eine gute Leistung, auch wenn leichte Wissenslücken bestehen.

Helloranger Bereich:
Die Grundlagen bestehen auf jeden Fall, es muss lediglich sorgfältiger gelernt zu werden. Es empfiehlt sich, auch mal im Forum (http://www.lern-online.net/forum/) vorbeizuschauen.

Orangener Bereich:
Es besteht recht hoher Nachholbedarf. Wiederholen Sie die Kapitel, in denen Sie Fehler gemacht haben und versuchen Sie sich noch mal an diesen Aufgaben!!!

Roter Bereich:
Sie sollten sich nochmals alle bisher behandelten Kapitel genau durchlesen. Eine Hilfe sind immer Notizen. Diese sollten Sie natürlich nicht bei der Aufgabenbewältigung benutzen. Schauen Sie sich auch im Forum um!

Wie werden die Punkte verteilt?

Die Aufgaben sind für die Punkte ausschlaggebend. Neben der Aufgabenstellung finden Sie immer die erreichbare Punktzahl. In der Lösung werden Sie auch genauer sehen, wofür es Punkte gab. Da Sie alleine arbeiten, ist es unsinnig, sich selbst mehr Punkte zu geben, als eigentlich gedacht. Es gibt keine Sonderpunkte, wenn Sie die Aufgaben in besonderem Maße erfüllt haben. Seien Sie ehrlich zu sich selbst.