LERN-ONLINE.NET

AUFGABENBLATT
MATHEMATIK

THEMA:
KOORDINATENGEOMETRIE (EINSTIEG)

Vorgeschlagene Arbeitszeit:	45 Minuten
Sonstige Hinweise:	Die letzte Aufgabe ist am Zeitintensivsten
Hilfsmittel:	Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht graphikfähig)

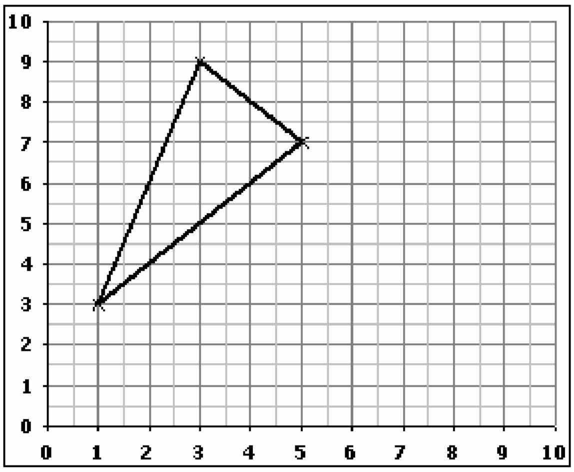
Hinweis: Die Lösungen finden sich nach den Aufgabenstellungen. Am Ende des Dokuments befinden sich die Bewertungskriterien. *Zur Lösung der Aufgaben ist es ebenfalls erforderlich, allgemeine Formeln aufzustellen!*

Aufgaben

Aufg.	Aufgabenstellung	Punkte
1.	Gegeben sind die drei Geraden $g_1 : f(x) = x - 2$; g_2: Gerade durch die Punkte P(3|7) und Q(2|1), g_3: Gerade mit der Steigung 2,5 durch den Punkt R(7|5).	-
1.a	Bestimmen Sie alle nicht gegebenen Funktionsgleichungen!	8
1.b	Berechnen Sie den Schnittpunkt S der beiden Geraden g_2 und g_3!	4
1.c	Geben Sie die Gleichung der Orthogonalen g_4 zu g_2 an, die durch R geht.	3
1.d	Berechnen Sie den Steigungswinkel der Geraden g_4.	2
2.	Gegeben sei die Funktion $g : f(x) = \frac{1}{12} \cdot x - 3$.	-
2.a	Ermitteln Sie den Steigungswinkel der Geraden.	2
2.b	Berechnen Sie die Nullstelle.	3
2.c	Die orthogonale Gerade h soll durch den Punkt A(2|4) gehen. Geben Sie deren Funktionsgleichung an.	3
2.d	Ermitteln Sie die zu g parallele Gerade i durch den Punkt B(5|5)!	3
3.	Gegeben sei das Dreieck ΔABC mit A(1|3), B(5|7) und C(3|9)	-
3.a	Zeichnen Sie das Dreieck in ein geeignetes Koordinatensystem!	1
3.b	Berechnen Sie die Länge der Dreiecksseite $\overline{AB}$.	3
3.c	Wie lang ist die Seitenhalbierende der Seite $\overline{AB}$?	4
3.d	Die Gerade s sei die Seitenhalbierende der Seite $\overline{AB}$. Ermitteln Sie deren Funktionsgleichung.	5
3.e	Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.	12

Lösungen

Aufg.	Lösung(svorschlag)	Punkte
1.a	Die Geraden g_2 und g_3 haben keine Funktionsgleichung. Zur Geraden g_2: $g_2 : f(x) = m \cdot x + b$ $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7-1}{3-2} = 6$ y-Achsenabschnitt b: $b = y - m \cdot x = 1 - 6 \cdot 2 = -11$ $g_2 : f(x) = 6 \cdot x - 11$ Zur Geraden g_3: $g_3 : f(x) = m \cdot x + b$ $g_3 : f(x) = 2{,}5 \cdot x + b$ y-Achsenabschnitt b: $b = y - m \cdot x = 5 - 2{,}5 \cdot 7 = -12{,}5$ $g_3 : f(x) = 2{,}5 \cdot x - 12{,}5$	1 1 1 1 1 1 1 1
1.b	$g_2 \overset{!}{=} g_3$, um den Schnittpunkt herauszufinden. Also: $\frac{2}{5} \cdot x + \frac{1}{5} = 2{,}5 \cdot x + 12{,}5$ $\Leftrightarrow 12{,}7 = 2{,}1 \cdot x$ $\Leftrightarrow x \approx 6{,}05$ Den x-Wert haben wir, fehlt nur noch der y-Wert. Um ihn zu bekommen, müssen wir den x-Wert in eine der beiden Geradengleichungen einsetzen: $y = 2{,}5 \cdot 6{,}05 - 12{,}5 \approx 12{,}62$ Der Schnittpunkt ist also $S(6{,}05 \mid 12{,}62)$.	1 1 1 1
1.c	$g_4 \perp g_2 \Rightarrow m_4 = -\frac{1}{m_2} = -\frac{5}{2}$ $g_4 : f(x) = -\frac{5}{2} \cdot x + b$ $b = y + \frac{5}{2} \cdot x = 5 + \frac{5}{2} \cdot 7 = 22{,}5$ $g_4 : f(x) = -\frac{5}{2} \cdot x + 22{,}5$	1 1 1
1.d	$\alpha = \arctan(m) = \arctan\left(-\frac{5}{2}\right)$ $\Leftrightarrow \alpha \approx -68{,}20°$	1 1
2.a	$\alpha = \arctan(m) = \arctan\left(\frac{1}{12}\right)$ $\Leftrightarrow \alpha \approx 4{,}76°$	1 1
2.b	Zur Nullstellenberechnung ist es notwendig, die Funktionsgleichung, bzw. den y-Wert, gleich Null zu setzen. Es ergibt sich also:	

	$0 = \frac{1}{12} \cdot x - 3$ $\Leftrightarrow 3 = \frac{1}{12} \cdot x$ $\Leftrightarrow x = 36$ Die Nullstelle ist also N(36|0).	1 1 1
2.c	$m_h = -\frac{1}{m_g} = -12$ $h : f(x) = -12 \cdot x + b$ $b = y + 12 \cdot x = 4 + 12 \cdot 2 = 28$ $h : f(x) = -12 \cdot x + 28$	1 1 1
2.d	$m_i = m_g = \frac{1}{12}$ $i : f(x) = \frac{1}{12} \cdot x + b$ $b = y - \frac{1}{12} \cdot x = 5 - \frac{1}{12} \cdot 5 = 4\frac{7}{12}$ $i : f(x) = \frac{1}{12} \cdot x + 4\frac{7}{12}$	1 1 1
3.a		1
3.b	$\left\|\overline{AB}\right\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\Leftrightarrow \left\|\overline{AB}\right\| = \sqrt{(5-1)^2 + (7-3)^2}$ $\Leftrightarrow \left\|\overline{AB}\right\| = \sqrt{2 \cdot 16}$ $\Leftrightarrow \left\|\overline{AB}\right\| = 4 \cdot \sqrt{2}$	1 1 1
3.c	Die Seitenhalbierende der Seite $\overline{AB}$ geht durch den Punkt C und den Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$. Zunächst benötigen wir also M_{AB}: $M_{AB}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} \mid \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M_{AB}\left(\frac{5+1}{2} \mid \frac{7+3}{2}\right)$ $\Leftrightarrow M_{AB}(3 \mid 5)$ Da die Seitenhalbierende durch M_{AB} und C geht, können wir schlussfolgern:	 1 1 1

	$\lvert\overline{M_{AB}C}\rvert = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\Leftrightarrow \lvert\overline{M_{AB}C}\rvert = \sqrt{(3-3)^2 + (5-9)^2} = \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{(4)^2} = 4$	1
3.d	Die Gerade s geht durch die Punkte M_{AB} und C. Somit ergibt sich für ihre Steigung: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-5}{3-3} = \frac{4}{0}$ Die Division durch Null ist nicht erlaubt, also hat die Gerade sozusagen keine Steigung. So formuliert ist das aber falsch, die Gerade ist nur parallel zur y-Achse, also keine Funktion nach Definition. Dargestellt wird so etwas übrigens $x = 5$ bzw. $f(y) = 5$	1 1 2 1
3.e	Schauen wir uns zuerst einmal die allgemeine Formel für den Flächeninhalt eines Dreiecks an: $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ (wobei c der Seite $\overline{AB}$ entspricht und h_c die Höhe dieser Seite ist) $c = \lvert\overline{AB}\rvert = 4 \cdot \sqrt{2}$ (übernommen aus 3.b) $h_c \perp c$ $c: f(x) = m_c \cdot x + b$ $m_c = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7-3}{5-1} = \frac{4}{4} = 1$ $b = y - m_c \cdot x = y - x = 3 - 1 = 2$ $c: f(x) = x + 2$ $m_h = -\frac{1}{m_c} = -1$ Die Höhe der Seite geht durch den Punkt C: $h_c: f(x) = -x + b$ $b = y + x = 9 + 3 = 12$ $h_c: f(x) = -x + 12$ Um die Länge zu berechnen, brauchen wir den Schnittpunkt von Höhe und Seite, also: $-x + 12 = x + 2$ $\Leftrightarrow 10 = 2 \cdot x$ $\Leftrightarrow x = 5$ Der y-Wert ergibt sich durch Einsetzen: $y = x + 2 = 5 + 2 = 7$ Der Schnittpunkt ist also S(5|7). Länge von h_c: $h_c = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-3)^2 + (7-9)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$ Somit: $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{16} = 2 \cdot 4 = 8$	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2

Bewertungskriterien

Erreichte Punktzahl	Notenpunkte	Note
57 – 54	15	Sehr gut plus (1^+)
53 – 51	14	Sehr gut (1)
50 – 48	13	Sehr gut minus (1^-)
47 – 46	12	Gut plus (2^+)
45 – 43	11	Gut (2)
42 – 40	10	Gut minus (2^-)
39 – 37	9	Befriedigend plus (3^+)
36 – 34	8	Befriedigend (3)
33 – 31	7	Befriedigend minus (3^-)
30 – 29	6	Ausreichend plus (4^+)
28 – 26	5	Ausreichend (4)
25 – 23	4	Ausreichend minus (4^-)
22 – 19	3	Mangelhaft plus (5^+)
18 – 15	2	Mangelhaft (5)
14 – 11	1	Mangelhaft minus (5^-)
10 – 0	0	Ungenügend (6)

Hellgrüner Bereich:
Ein tolles Ergebnis! Weiter so!!!

Grüner Bereich:
Keineswegs zu verachten! Eine gute Leistung, auch wenn leichte Wissenslücken bestehen.

Helloranger Bereich:
Die Grundlagen bestehen auf jeden Fall, es muss lediglich sorgfältiger gelernt zu werden. Es empfiehlt sich, auch mal im Forum (http://www.lern-online.net/forum/) vorbeizuschauen.

Orangener Bereich:
Es besteht recht hoher Nachholbedarf. Wiederholen Sie die Kapitel, in denen Sie Fehler gemacht haben und versuchen Sie sich noch mal an diesen Aufgaben!!!

Roter Bereich:
Sie sollten sich nochmals alle bisher behandelten Kapitel genau durchlesen. Eine Hilfe sind immer Notizen. Diese sollten Sie natürlich nicht bei der Aufgabenbewältigung benutzen. Schauen Sie sich auch im Forum um!

Wie werden die Punkte verteilt?

Die Aufgaben sind für die Punkte ausschlaggebend. Neben der Aufgabenstellung finden Sie immer die erreichbare Punktzahl. In der Lösung werden Sie auch genauer sehen, wofür es Punkte gab. Da Sie alleine arbeiten, ist es unsinnig, sich selbst mehr Punkte zu geben, als eigentlich gedacht. Es gibt keine Sonderpunkte, wenn Sie die Aufgaben in besonderem Maße erfüllt haben. Seien Sie ehrlich zu sich selbst.