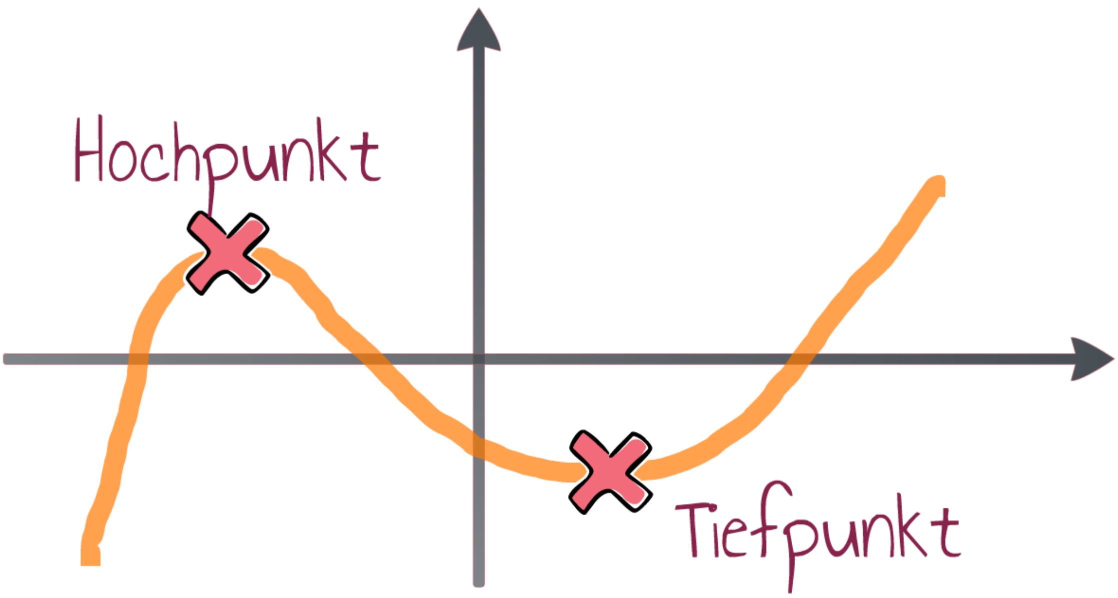
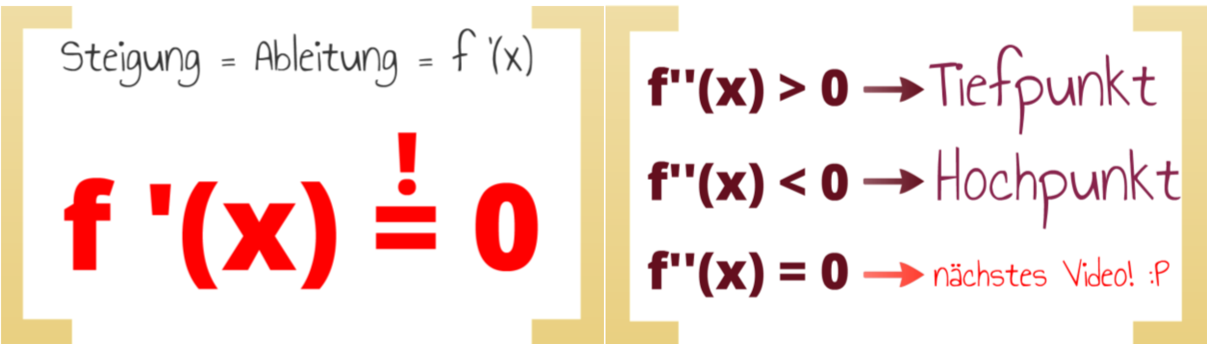
Extremstellen (Hoch- und Tiefpunkte)

Wiederholung

Zum Video...





Alternativ kannst du die Extremstellen auch mit einem Vorzeichenwechsel (VZW) auf Hoch- oder Tiefpunkte überprüfen!

Übungsaufgabe

Bestimme alle Extrempunkte der Funktion f(x).

$$f(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{26}{9}$$

Lösung der Übungsaufgabe

Zunächst: Lass dich von den Brüchen nicht einschüchtern! ☺

Um die Extremstellen zu bestimmen, setzt du die Ableitung gleich 0:

$$\boldsymbol{f'(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{8}{3} = 0}$$

Das musst du jetzt einfach nur auflösen. (Tipp: Erst mal mit 3 multiplizieren, dann ist der Bruch weg)

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

Das dann mit z.B. der abc-Formel lösen:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 * 1 * -8}}{2 * 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2}$$

Damit gibt es zwei Lösungen: **x_1= -2 und x_2= 4**

Jetzt musst du die Extremstellen mit der zweiten Ableitung auf Hochstellen oder Tiefstellen überprüfen:

$$f''(x) = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$\boldsymbol{f''(-2) = -2 < 0 \rightarrow -2 \textit{ ist eine Hochstelle}}$$

$$\boldsymbol{f''(4) = 2 > 0 \rightarrow 4 \textit{ ist eine Tiefstelle}}$$

*Als letztes noch die y-Werte bestimmen, da wir ja **PUNKTE** und nicht nur die Stellen haben wollen:*

$$f(-2) = 6 \;\&\; f(4) = -6$$

Damit haben wir folgende Extrempunkte:

- ➔ **Hochpunkt H (-2 | 6)**
- ➔ **Tiefpunkt T (4 | -6)**