Die schiefe bzw. geneigte Ebene

Schiefe Ebene

Die schiefe Ebene ist im Prinzip überall zu finden. Zu schiefen Ebenen zählen z.B. Rolltreppen oder Transportbänder. Auch Straßen können – wenn sie ansteigen bzw. abfallen – geneigte Ebenen sein. Wie man zu dieser Art einer Ebene sagt, ist egal. Man kann sowohl schiefe als auch geneigte Ebene sagen. Im weiteren Verlauf dieses Dokuments wird sie als schiefe Ebene bezeichnet.

Die Kräfte

Wenn man sich überlegt, welche Kräfte auf einen Körper wirken, wenn er sich auf der schiefen Ebene befindet, findet man sicherlich leicht die Lösung: zum einen wirkt eine Kraft, die den Körper die Ebene nach unten zieht. Diese Kraft ist die *Hangabtriebskraft* F_H. Zudem wird der Körper ja auf der Fläche bleiben, also muss eine Gewichtskraft wirken. Da wir jedoch nicht die normale Gewichtskraft G (m · g) verwenden können, benennen wir sie *Normalkraft* F_N oder auch *Anpresskraft*. Im Prinzip ist das die Gewichtskraft auf einer Horizontalen.

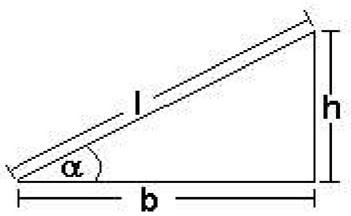
Wirkung der Kräfte

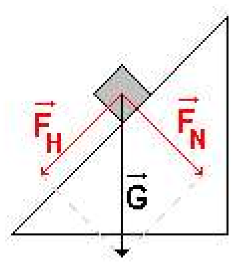
Die Kräfte, die wir oben beschrieben haben, wirken in unterschiedliche Richtungen. Die Hangabtriebskraft wirkt *parallel zur Fläche, auf der der Körper ist.* Die Normalkraft wirkt hingegen senkrecht. Aus den beiden Kräften können wir nun ein Kräfteparallelogramm bilden. Die Resultierende ist die *Gewichtskraft G*.

Sonstiges an der schiefen Ebene

Weitere Komponenten an der schiefen Ebene sind die *Höhe h*, die *Länge l* sowie die *Basis b*. Der Winkel zwischen b und l wird als α bezeichnet.

Zeichnung





Regeln

Es ergeben sich folgende Gleichungen:

1.) $\frac{F_H}{G} = \frac{h}{l}$ (Gesetz der schiefen Ebene)

2.) $\frac{F_N}{F_G} = \frac{b}{l}$

3.) $\frac{F_H}{F_N} = \frac{h}{b}$

4.) $F_H = F_G \cdot \sin\alpha$

5.) $F_N = F_G \cdot \cos\alpha$

Aufgabe:
Ein Körper der Masse m wird eine schiefe Ebene (Länge l, Höhe h) hinaufgeschoben. Die Gleitreibungszahl beträgt μ_{gl}.
a) Wie groß sind Hangabtrieb, Normalkraft und Reibungskraft?
b) Wie groß ist die Arbeit, die verrichtet wird (ohne Reibung!)?

Gegeben: m = 45 kg; l = 9 m; h = 2,5 m; μ_{gl} = 0,4; g = 10 N/kg;
Gesucht: F_H; F_N; F_R; W;

Teil a)
Es gilt:

$$\frac{F_H}{G}=\frac{h}{l}$$

Berechnung für G:
G = m · g (Gesetz für die Gewichtskraft)

$$G = 45\ \mathrm{kg} \cdot 10\frac{N}{kg} = 450\ \mathrm{N}$$

Einsetzen:

$$\frac{F_H}{450\ \mathrm{N}}=\frac{2{,}5\ \mathrm{m}}{9\ \mathrm{m}} \quad | \cdot 450\ \mathrm{N}$$

$$F_H=\frac{2{,}5\ \mathrm{m}}{9\ \mathrm{m}}\cdot 450\ \mathrm{N}$$

$$F_H=125\ \mathrm{N}$$

Da man ja die Kiste nach oben ziehen will, muss die aufgewendete Kraft größer als der Hangabtrieb sein, weil sonst die Kiste nach unten rutschen würde bzw. keinerlei Bewegung macht.
Also: $F > F_H$

Für die Gleitreibung gilt:

$$F_{R,gl} = F_N \cdot \mu_{gl}$$

In dieser Gleichung haben wir zwei Unbekannte. Da wir die Reibung herausbekommen wollen, brauchen wir zuerst einmal die Normalkraft F_N. Wir könnten es jetzt einfach nach der oben stehenden Formel angehen, aber es geht auch anders. Wenn man die Pfeilspitzen der Kräfte F_H, F_N und G verbindet, erhält man ein rechtwinkliges Dreieck, wobei die Strecke zwischen F_H und F_N die Hypotenuse ist. Es gilt der Satz des Pythagoras.

$$G^2=F_H^{\ 2}+F_N^{\ 2}$$

$$\sqrt{G^2-F_H^{\ 2}}=F_N$$

Einsetzen:

$$F_N=\sqrt{450^2 N^2-125^2 N^2}$$

$$F_N=\sqrt{202500 N^2-15625 N^2}$$

$$F_N=\sqrt{186875 N^2}$$

$$F_N=432\ \mathrm{N}$$

Somit gilt für die Reibung:

$$F_{R,gl} = 432\ \mathrm{N} \cdot 0{,}4$$
$$F_{R,gl} = 173\ \mathrm{N}$$

Teil b)

Es gilt: $W = F_s \cdot s$

Da die Kraft in Wegrichtung (F_s) gleich ist mit der aufzuwendenden Kraft, und die Strecke s gleich ist mit der Länge l, können wir sagen:

$$W = F \cdot l$$
$$W = 125\ \mathrm{N} \cdot 9\ \mathrm{m}$$
$$W = 1125\ \mathrm{Nm} = 1125\ \mathrm{J}$$