Überholvorgang

Vorüberlegungen

Wir wollen uns ansehen, mit welcher Mindestsichtweite ein Auto auf einer Landstraße (Geschwindigkeitsbegrenzung: $100\frac{km}{h}$) einen LKW (Geschwindigkeit: $80\frac{km}{h}$) überholen kann, wenn Gegenverkehr herrscht. Folgende Angaben gelten als gegeben:
Das Auto fährt mit $100\frac{km}{h}$, der LKW mit $80\frac{km}{h}$. Der PKW ist 5m lang, der LKW 15m.

Der Gegenverkehr hat eine Geschwindigkeit von $100\frac{km}{h}$. Das Auto will vor und nach dem Überholen des LKW einen Sicherheitsabstand von 20m haben. Kurz:
Gegeben:
$v_P = 100\frac{km}{h}; l_P = 5m; v_L = 80\frac{km}{h}; l_L = 15m; v_G = 100\frac{km}{h}; s_{sicher} = 20m$
Gesucht:
Notwendige Sichtweite s_w

Der PKW muss im Prinzip die Strecke zurücklegen, die der LKW auch zurücklegen muss, aber zusätzlich noch den Sicherheitsabstand, die eigene Länge und die Länge des LKW. Der Sicherheitsabstand muss sogar doppelt (vor und nach dem Überholen) zurückgelegt werden. Es ergibt sich als zusätzliche Strecke Δs:
$\Delta s = 2 \cdot s_{sicher} + l_P + l_L$

Berechnung der Überholzeit

Δs ist die Strecke, auf der das Auto mit voller Geschwindigkeit fährt. Wie wir bereits wissen, ist die Geschwindigkeit definiert durch $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Beim Überholen müssen wir aber bedenken, dass das Bezugsobjekt (also der LKW) auch in Bewegung ist. Wir müssen also erkennen, dass v hier eben nicht die 100 Kilometer pro Stunde sind. Die Geschwindigkeit ist die Differenz der beiden. Das kann man sich so erklären: Wenn man will, dass der LKW stoppt, muss man 80 Stundenkilometer abziehen. Das muss man dann aber auch beim PKW, da beide in einem direkten Verhältnis zueinander stehen. Es ergibt sich also für die Geschwindigkeit $v = 100\frac{km}{h} - 80\frac{km}{h} = 20\frac{km}{h}$. Wir simulieren so eine Überholung eines stehenden Objektes. Wir können jetzt die Formel $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ nach unseren Vorstellungen anpassen:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$
$$\Leftrightarrow v \cdot \Delta t = \Delta s$$
$$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{2 \cdot s_{sicher} + l_P + l_L}{v}$$

Setzt man nun Strecke und Geschwindigkeit ein, ergibt sich:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot s_{sicher} + l_P + l_L}{v} = \frac{2 \cdot 20m + 5m + 15m}{20\frac{km}{h}} = \frac{60m}{20\frac{km}{h}} = \frac{60m}{20 \cdot \frac{1000}{3600}\frac{m}{s}} = 10{,}8\frac{m \cdot s}{s} = 10{,}8s$$

Der Überholvorgang an sich dauert also 10,8 Sekunden.

Die Mindestsichtweite

Nachdem wir nun die Überholzeit wissen, kümmern wir uns nun um die Sichtweite, die wir brauchen, um den LKW zu überholen. Die Mindestsichtweite setzt sich aus zwei Größen zusammen: zum einen der Strecke, die zum Überholen benötigt wird, zum anderen die Strecke, die der Gegenverkehr zurücklegt. Die Zeit ist natürlich dabei gleich der Überholzeit, und zwar in beiden Fällen. Die Summe der beiden Strecken ergibt die Mindestsichtweite zum Überholvorgang. Es gilt also:

$$v_P = \frac{s_P}{t_Ü}$$

$$\Leftrightarrow s_P = v_P \cdot t_Ü$$

$$v_G = \frac{s_G}{t_Ü}$$

$$\Leftrightarrow s_G = v_G \cdot t_Ü$$

$$s_w = s_P + s_G$$

$$\Leftrightarrow s_w = v_P \cdot t_Ü + v_G \cdot t_Ü$$

$$\Leftrightarrow s_w = t_Ü \cdot (v_P + v_G)$$

Nun ist diese Gleichung zwar recht hübsch, aber umständlich. Zuerst muss man die Überholzeit ausrechnen!!! Das wollen wir uns auch noch ersparen. Wir wollen sofort, ohne irgendetwas anderes zu berechnen, die Sichtweite haben. Also setzen wir die Formel für die Überholzeit in die Gleichung ein und lösen dann weiter auf:

$$s_w = \frac{2 \cdot s_{sicher} + l_P + l_L}{v_P - v_L} \cdot (v_P + v_G)$$

$$\Leftrightarrow s_w = \frac{(v_P + v_G) \cdot (2 \cdot s_{sicher} + l_P + l_L)}{v_P - v_L}$$

$$\Leftrightarrow s_w = \frac{v_P + v_G}{v_P - v_L} \cdot (2 \cdot s_{sicher} + l_P + l_L)$$

Diese Formel sieht zwar deutlich unschöner aus, ist aber, wenn man weiß, wie man sie herleiten kann, um einiges effektiver. In der Formel durfte natürlich nicht vergessen werden, dass das v von oben gleich war mit v_P-v_L!!! Aber nun endlich zum Rechnen:

$$s_w = \frac{100\frac{km}{h} + 100\frac{km}{h}}{100\frac{km}{h} - 80\frac{km}{h}} \cdot (2 \cdot 20m + 5m + 15m) = \frac{200\frac{km}{h}}{20\frac{km}{h}} \cdot 60m = 10 \cdot 60m = 600m$$

Die Mindestsichtweite beträgt also 600 Meter!

